

# Modelagem física para síntese de áudio

---

Nicolas Figueiredo

7 de Maio de 2018

Grupo de Computação Musical - IME - USP

- 1957: Max Mathews: MUSIC, o primeiro sintetizador digital
- 1962: Kelly e Lochbaum: modelagem do trato vocal como tubos acústicos concatenados para síntese vocal
- 1971: Hiller e Ruiz: modelo de diferenças finitas para modelagem de uma corda vibrante
- 1971: John Chowning desenvolve a síntese FM
- 1974: Roland SH3a: primeiro sintetizador aditivo comercial
- 1980: Yamaha GS-1: primeiro sintetizador FM
- Anos 80: surgimento de waveguides e síntese modal
- 1983: Karplus, K.; Strong, A.: "Digital synthesis of plucked string and drum timbres"
- 1994: Yamaha VL1: primeiro sintetizador baseado em modelagem física

Partir de descrições matemáticas sobre:

- ondas sonoras;
- instrumentos e seus componentes (corpos reverberantes, cordas, membranas);
- modos de interação com o instrumento;
- circuitos elétricos;

para síntese ou alteração de um sinal de áudio.

# Modelagem física: principais técnicas

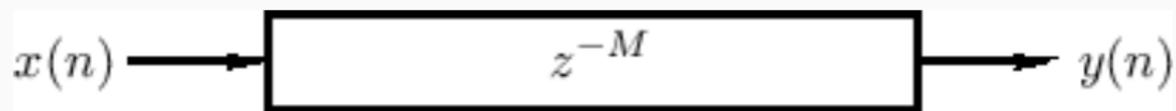
- Modelos de elementos finitos e diferenças finitas
- Delay lines e waveguides
- Análise modal
- Modelos de parâmetros concentrados
- Modelos de função de transferências

# Ondas progressivas

- Propaga-se em uma única direção com mudanças desprezíveis no seu formato
- Ondas planas são uma classe de ondas progressivas
- "Longe" de sua fonte, uma onda sonora pode ser aproximada por uma onda plana
- Tubos cilíndricos, cordas e o trato vocal podem ser aproximados por ondas planas

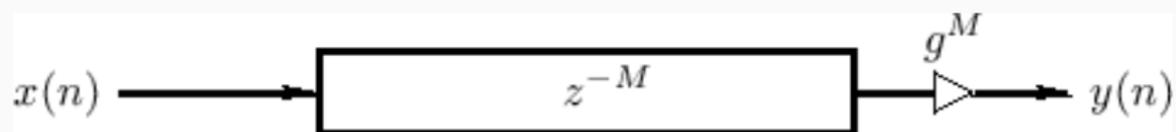
- Efeitos: phaser, flanger, chorus
- Reverberação artificial
- Waveguides

## Delay lines



$$y(n) = x(n - M), n = 0, 1, 2, \dots$$

## Delay lines



## Exemplo: eco acústico

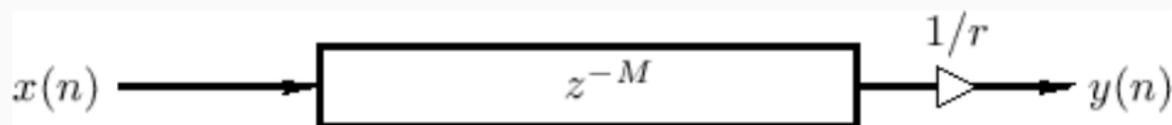
Sendo  $x(n)$  uma fonte de som e  $y(n)$  um ouvinte a  $d$  metros de distância:

$$M = \frac{d}{cT} \text{ amostras}$$

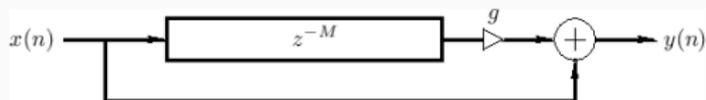
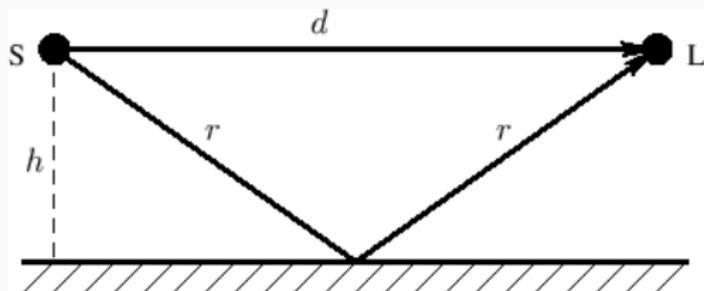
sendo  $c$  a velocidade do som no ar e  $T$  o período de amostragem

## Exemplo: eco acústico

Conservação de energia ao longo da esfera de área  $4\pi r^2$



## Exemplo: eco acústico

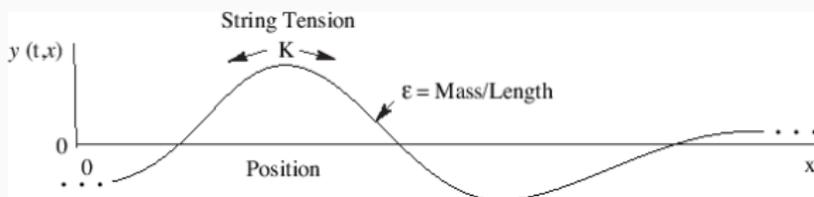


$$M = \frac{2r - d}{cT}$$

$$g = \frac{1/2r}{1/d} = \frac{d}{2r}$$

- Eficiente síntese de cordas e instrumentos de sopro
- Usados para reverberação artificial
- Compostos por dois delay lines

# Waveguides - Equação da onda na corda vibrante



$$Ky'' = \epsilon \ddot{y}$$

$K \triangleq$  tensão da corda

$\epsilon \triangleq$  densidade linear de massa

$y \triangleq$  deslocamento da corda

$$y \triangleq y(t, x)$$

$$\dot{y} = \frac{\partial}{\partial t} y(t, x)$$

$$y' = \frac{\partial}{\partial x} y(t, x)$$

## Waveguides - Equação da onda na corda vibrante

$$Ky'' = \epsilon \ddot{y}$$

tem como solução qualquer formato de onda que se propaga para a direita ou esquerda com velocidade

$$c \triangleq \sqrt{\frac{K}{\epsilon}}$$

$$y(t, x) = y_r(t - x/c) + y_l(t + x/c)$$

## Equação da onda na corda vibrante - Discretização

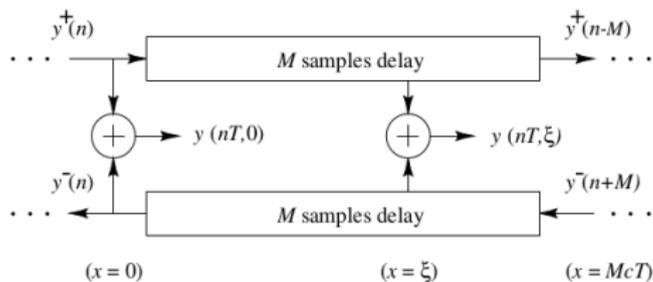
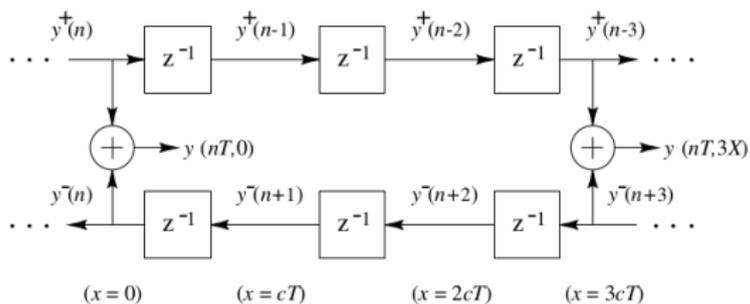
$$y(nT, mX) = y_r(nT - mX/c) + y_l(nT + mX/c) \text{ mas } (X = cT)$$

$$y(nT, mX) = y_r(nT - mT) + y_l(nT + mT)$$

$$y(nT, mX) = y^+(n - m) + y^-(n + m)$$

onde  $T$  é o período de amostragem em segundos,  $X = cT$  o intervalo de amostragem em metros.

# Waveguides



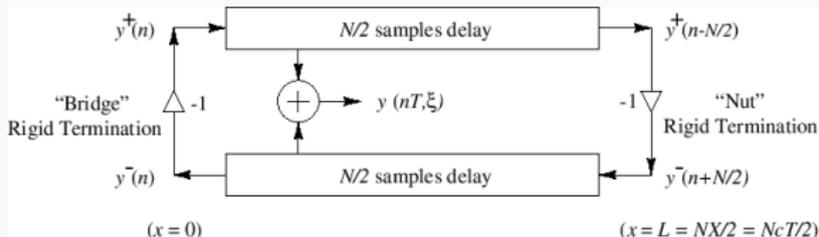
# Waveguides - Terminações rígidas

$$y(t, 0) = 0, y(t, L) = 0 \text{ para todo } t$$

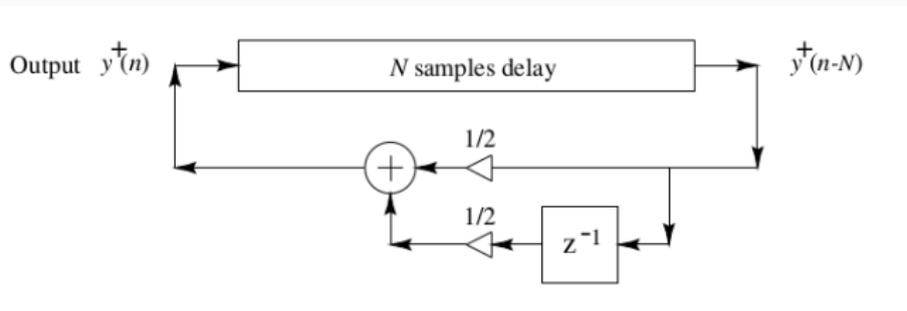
Seja  $N = 2L/X$ :

$$y(nT, 0) = y^+(n) + y^-(n) = 0 \Rightarrow y^+(n) = -y^-(n)$$

$$y(nT, NX/2) = y^+(n-N/2) + y^-(n+N/2) = 0 \Rightarrow y^+(n-N/2) = -y^-(n+N/2)$$



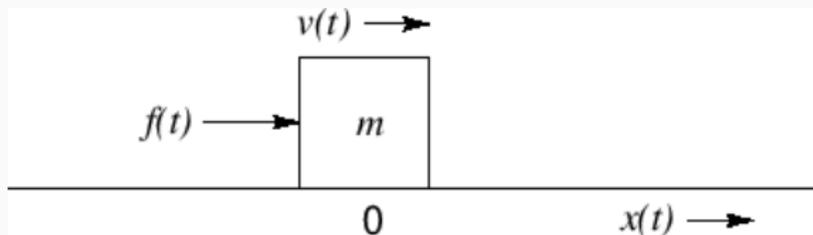
# Waveguides



# Modelos de parâmetros concentrados

- Apropriado quando o objeto possui dimensões pequenas com relação ao comprimento de onda
- Circuitos RLC
- Martelo do piano, Lábios do performista de um instrumento de sopro
- Massa, mola, amortecedor

## Modelos de parâmetros concentrados - Massa



$$F(t) = m\ddot{x}(t) = m\dot{v}(t)$$

$$\mathcal{L}\{F(t)\} = \mathcal{L}\{m\dot{v}(t)\}$$

$$F(s) = m[sV(s) - v(0)]$$

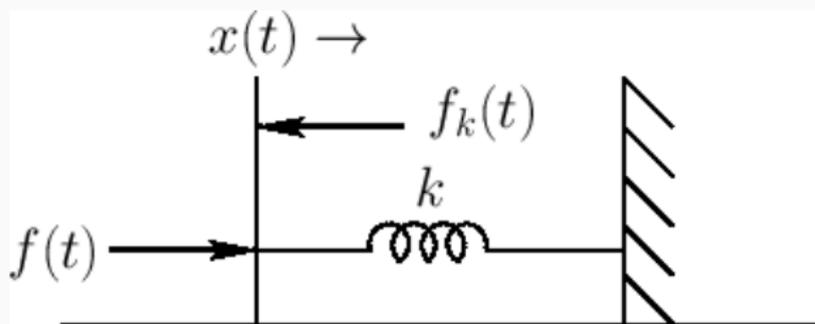
$$\frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms}$$

$$\text{Indutor: } v(t) = L di/dt$$

$$V(S) = Ls[I(s) - i(0)]$$

$$\text{Circuito equivalente: } L = m$$

## Modelos de parâmetros concentrados - Mola



$$F(t) = kx(t) = k \int v(t) dt$$

$$\text{Capacitor: } i(t) = Cdv/dt$$

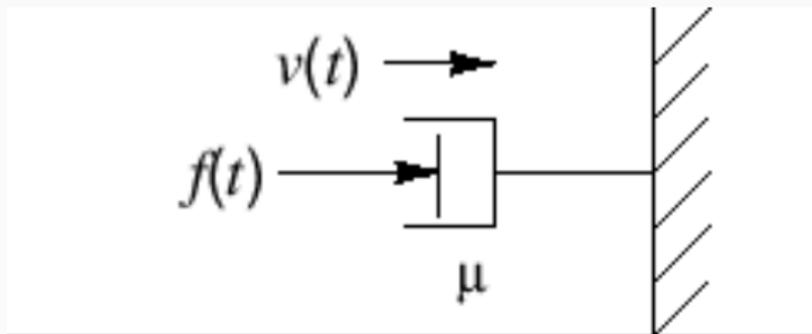
$$F(s) = kV(s)/s$$

$$I(S) = CsV(s)$$

$$\frac{V(s)}{F(s)} = \frac{s}{k}$$

$$\text{Circuito equivalente: } C = 1/k$$

## Modelos de parâmetros concentrados - Amortecedor



$$F(t) = \mu v(t)$$

$$\text{Resistor: } i(t) = V(t)/R$$

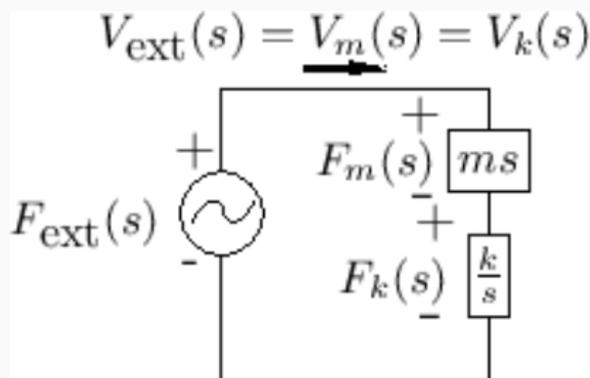
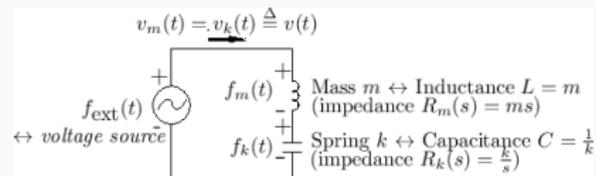
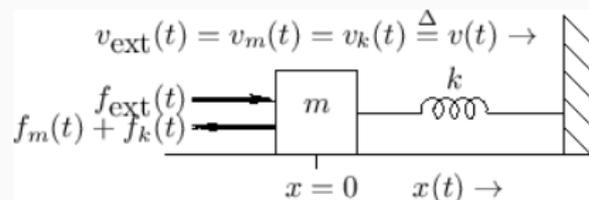
$$F(s) = \mu V(s)$$

$$I(s) = V(s)/R$$

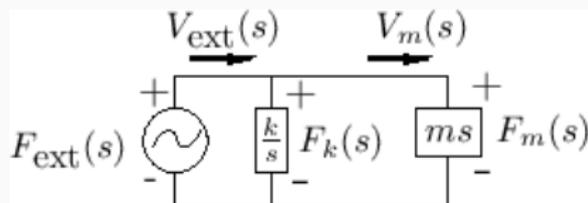
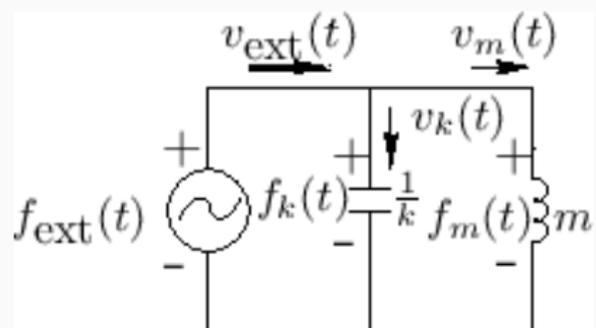
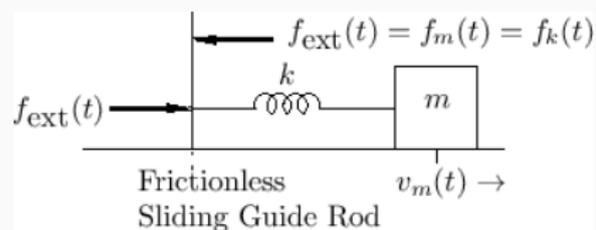
$$\frac{V(s)}{F(s)} = 1/\mu$$

$$\text{Circuito equivalente: } R = \mu$$

# Combinação em série e paralelo



## Combinação em série e paralelo



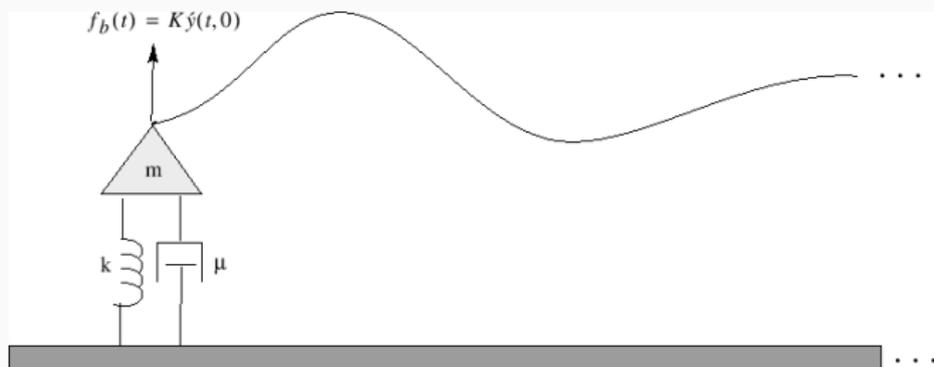
## Circuito equivalente e sua função transferência

$$\Gamma(s) = \frac{b_0 s^N + b_1 s^{N-1} + \dots + b_N}{s^N + a_1 s^{N-1} + \dots + a_N} \triangleq \frac{B(s)}{A(s)}$$

$$\frac{d}{dt}x(t) \triangleq \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{x(t) - x(t - \delta)}{\delta} \approx \frac{x(nT) - x[(n-1)T]}{T}$$

$$sT = 1 - z^{-1}$$

## Exemplo: ponte de uma guitarra



SMITH, Julius Orion. Physical audio signal processing: For virtual musical instruments and audio effects. W3K Publishing, 2010. Disponível em <https://ccrma.stanford.edu/jos/pasp/pasp.html>  
<http://www.ness.music.ed.ac.uk/project>

Perguntas?